第 18 講　定積分と面積

PART1　定積分と面積

例題

次の曲線，直線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(1)　$y=x^2+3$，$x=-2$，$x=3$　　(2)　$y=x^2-4x-5$

Point Pickup

練習

次の曲線，直線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(1)　$y=-x^2-2$，$x=-1$，$x=2$　　　(2)　$y=-x^2+3x$

第18講　PART1 確認問題

1　次の曲線，直線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

$y=-x^2-4$，$x=1$，$x=4$

$S=$ アイ

2　次の曲線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

$y=-x^2+5x$

$S=\dfrac{\boxed{ウエオ}}{\boxed{カ}}$

第 18 講　定積分と面積

PART1　定積分と面積

例題

次の曲線，直線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

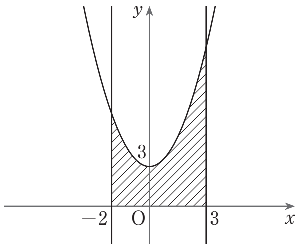
(1)　$y=x^2+3$，$x=-2$，$x=3$　　(2)　$y=x^2-4x-5$

(1)　区間 $-2\leqq x\leqq 3$ では $y>0$

よって，求める面積 S は

$$S=\int_{-2}^{3}(x^2+3)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3+3x\right]_{-2}^{3}=(9+9)-\left(-\frac{8}{3}-6\right)=\frac{80}{3}$$



(2)　放物線 $y=x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$ と x 軸の交点の x 座標は　$x=-1$，5

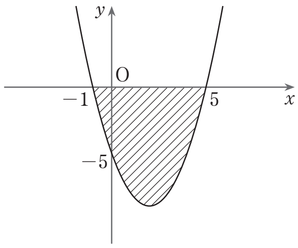
区間 $-1\leqq x\leqq 5$ では $y\leqq 0$

よって，求める面積 S は

$$S=\int_{-1}^{5}\{-(x^2-4x-5)\}dx=\int_{-1}^{5}(-x^2+4x+5)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2+5x\right]_{-1}^{5}$$

$$=\left(-\frac{125}{3}+50+25\right)-\left(\frac{1}{3}+2-5\right)=36$$

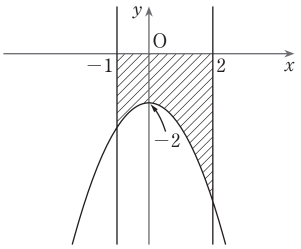


練習

次の曲線，直線と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(1)　$y=-x^2-2$，$x=-1$，$x=2$　　(2)　$y=-x^2+3x$

(1)　区間 $-1\leqq x\leqq 2$ では $y<0$



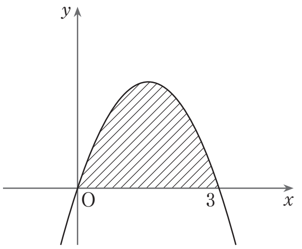
よって，求める面積 S は

$$S=\int_{-1}^{2}\{-(-x^2-2)\}dx=\int_{-1}^{2}(x^2+2)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3+2x\right]_{-1}^{2}=\left(\frac{8}{3}+4\right)-\left(-\frac{1}{3}-2\right)=9$$

(2)　放物線 $y=-x^2+3x=-x(x-3)$ と x 軸の交点の x 座標は　$x=0,\ 3$

区間 $0\leqq x\leqq 3$ では $y\geqq 0$



よって，求める面積 S は

$$S=\int_{0}^{3}(-x^2+3x)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_{0}^{3}=\left(-9+\frac{27}{2}\right)-0=\frac{9}{2}$$

第18講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] アイ：33

[解説]

右図より，区間 $1 \leqq x \leqq 4$ では $y<0$

よって，求める面積 S は

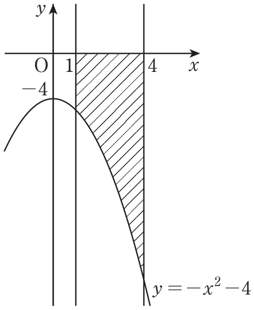
$$S=\int_1^4\{-(-x^2-4)\}dx \quad \text{[A]}$$

$$=\int_1^4(x^2+4)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3+4x\right]_1^4$$

$$=\left(\frac{64}{3}+16\right)-\left(\frac{1}{3}+4\right)$$

$$=33$$



[A]　区間 $a \leqq x \leqq b$ において常に $f(x) \leqq 0$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸，および2直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれる部分の面積 S は

$$S=\int_a^b\{-f(x)\}dx$$

2

[正解] ウエオ：125，カ：6

[解説]

放物線 $y=-x^2+5x=-x(x-5)$ と x 軸の交点の

x 座標は　$x=0$，5

区間 $0 \leqq x \leqq 5$ では $y \geqq 0$

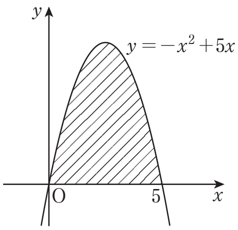
よって，求める面積 S は

$$S=\int_0^5(-x^2+5x)dx \quad \text{[B]}$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_0^5$$

$$=\left(-\frac{125}{3}+\frac{125}{2}\right)-0$$

$$=\frac{125}{6}$$



[B]　区間 $a \leqq x \leqq b$ において常に $f(x) \geqq 0$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と x 軸，および2直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれる部分の面積 S は

$$S=\int_a^b f(x)dx$$